

数学 I (問題冊子 p.20 ~ p.24)

1

- (1) $6x^2 - 5x - 4 = (3x - 4)(2x + 1)$
- (2) $1 < x < 4$ より, $|x - 1| = x - 1$,
 $|x - 4| = -(x - 4) = -x + 4$
 よって, $|x - 1| + 2|x - 4| = x - 1 + 2(-x + 4)$
 $= -x + 7$
- (3) $x^2 = 7$ より $x = \pm\sqrt{7}$
 $\lceil x = \sqrt{7} \rceil \Rightarrow \lceil x^2 = 7 \rceil$ のみが成り立つので,
 $\lceil x = \sqrt{7} \rceil$ は $\lceil x^2 = 7 \rceil$ であるための十分条件であるが必要条件でない。(3)
- (4) $y = -2x^2 + 10x + 3 = -2(x^2 - 5x) + 3$
 $= -2\left\{ \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} \right\} + 3$
 $= -2\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{31}{2}$
 よって, 頂点の座標は $\left(\frac{5}{2}, \frac{31}{2}\right)$
- (5) $y = 2x^2 - 4x + 1 = 2(x^2 - 2x) + 1$
 $= 2(x - 1)^2 - 1$
 このグラフの軸は $x = 1$ である。
 よって, 最大値は $x = 3$ のとき, $2 \cdot 3^2 - 4 \cdot 3 + 1 = 7$
 最小値は $x = 1$ のとき, -1

(6) $x^2 - 5x + 6 < 0$
 $(x - 2)(x - 3) < 0$
 $2 < x < 3$

(7) $\triangle ABC$ において正弦定理より,
 $\frac{AB}{\sin C} = \frac{CA}{\sin B}$
 $\frac{4}{\sin 60^\circ} = \frac{CA}{\sin 45^\circ}$
 $CA = 4 \cdot \sin 45^\circ \div \sin 60^\circ$
 $= 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$

(8) $\triangle ABC$ において余弦定理より,
 $BC^2 = AB^2 + CA^2 - 2AB \cdot CA \cos A$
 $= 64 + 9 - 2 \cdot 8 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ$
 $= 73 - 24$
 $= 49$
 $BC > 0$ より, $BC = 7$

(9) 平均値は
 $\frac{1}{5}(11 + 17 + 12 + 20 + 15) = 15$
 よって, 分散は
 $\frac{1}{5}\{(11 - 15)^2 + (17 - 15)^2 + (12 - 15)^2$
 $+ (20 - 15)^2 + (15 - 15)^2\}$
 $= \frac{1}{5}(16 + 4 + 9 + 25 + 0)$
 $= 10.8$

2

(1) $x + y = \frac{\sqrt{6} - 2}{\sqrt{6} + 2} + \frac{\sqrt{6} + 2}{\sqrt{6} - 2}$
 $= \frac{(\sqrt{6} - 2)^2}{(\sqrt{6} + 2)(\sqrt{6} - 2)} + \frac{(\sqrt{6} + 2)^2}{(\sqrt{6} + 2)(\sqrt{6} - 2)}$
 $= \frac{6 - 4\sqrt{6} + 4}{6 - 4} + \frac{6 + 4\sqrt{6} + 4}{6 - 4}$
 $= 10$
 $xy = \frac{\sqrt{6} - 2}{\sqrt{6} + 2} \cdot \frac{\sqrt{6} + 2}{\sqrt{6} - 2} = 1$
 よって, $x^2 - 7xy + y^2 = (x + y)^2 - 9xy$
 $= 10^2 - 9 \cdot 1$
 $= 91$

(2) $5x - 2a + 1 > 3x + 7$
 よって $x > a + 3 \dots\dots ①$

$\frac{2x + 3a}{4} > x - 5$
 $2x + 3a > 4x - 20$

よって, $x < \frac{3a + 20}{2} \dots\dots ②$

①, ②が共通範囲をもつためには
 $a + 3 < \frac{3a + 20}{2}$
 $2a + 6 < 3a + 20$
 よって, $a > -14$

(3) 2次方程式 $3x^2 + (k+2)x + k+2 = 0$ が重解をもつとき

$$\begin{aligned}(k+2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (k+2) &= 0 \\ k^2 - 8k - 20 &= 0 \\ (k+2)(k-10) &= 0 \\ k > 0 \text{ より, } k &= 10\end{aligned}$$

(4) ド・モルガンの法則により

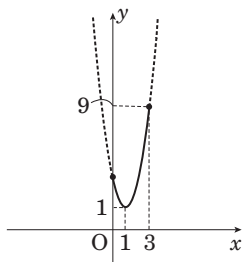
$$\begin{aligned}\overline{A \cup B} &= \overline{A} \cap \overline{B} \\ A &= \{x \mid x < -2, 7 \leq x\} \text{ より} \\ \overline{A} &= \{x \mid -2 \leq x < 7\} \\ B &= \{x \mid x < 3\} \text{ より} \\ \overline{B} &= \{x \mid x \geq 3\} \\ \text{よって, } \overline{A} \cap \overline{B} &= \{x \mid 3 \leq x < 7\} \\ \text{したがって, } \overline{A \cup B} &\text{に含まれる整数は} 3, 4, 5, 6 \text{ の} 4 \text{ 個ある。}\end{aligned}$$

(5) $y = x^2 - 4x + a = (x-2)^2 + a - 4$
より、グラフの頂点は $(2, a-4)$

この点が、直線 $y = -x - 4$ 上にあるので、
 $a - 4 = -2 - 4 \quad a = -2$

(6) $y = 2x^2 - 4x + a = 2(x-1)^2 + a - 2$
より、 $0 \leq x \leq 3$ において、 y は、 $x=1$ のとき最小値 $a-2$ をとる。

したがって、 $a-2=1$ より、 $a=3$
また、 y は、 $x=3$ のとき最大となり、最大値は $2 \cdot 3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 9$



(7) $y = x^2 + (a-3)x - 2a + 3$ のグラフが x 軸と共有点をもたないので、

$$\begin{aligned}(a-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2a+3) &< 0 \\ a^2 + 2a - 3 &< 0 \\ (a+3)(a-1) &< 0 \\ \text{よって, } -3 &< a < 1\end{aligned}$$

(8) $\frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta = 1 + (-3)^2 = 10$ より、
 $\cos^2 \theta = \frac{1}{10}$

ここで、 $0^\circ < \theta < 180^\circ$ において、 $\tan \theta < 0$ だから、
 $\cos \theta < 0$

$$\text{よって, } \cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{10}} = -\frac{\sqrt{10}}{10}$$

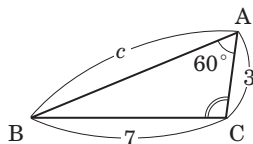
(9) $AB=c$ とおくと、余弦定理より、
 $7^2 = c^2 + 3^2 - 2 \cdot c \cdot 3 \cos 60^\circ$

$$\begin{aligned}c^2 - 3c - 40 &= 0 \\ (c+5)(c-8) &= 0\end{aligned}$$

$c > 0$ より、 $c=8$ よって、 $AB=8$

また、正弦定理より、 $\frac{8}{\sin C} = \frac{7}{\sin 60^\circ}$

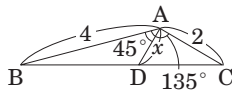
$$\text{したがって, } \sin C = \frac{8}{7} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{7}$$



(10) $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 \cdot \sin 135^\circ = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

また、 $AD=x$ とすると、

$$\begin{aligned}\triangle ABD &= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot x \cdot \sin 45^\circ \\ &= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}x\end{aligned}$$



$\angle CAD = 90^\circ$ より、 $\triangle ACD = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot x = x$

ここで、 $\triangle ABD + \triangle ACD = \triangle ABC$ だから、

$$\sqrt{2}x + x = 2\sqrt{2}$$

よって、 $x = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} = 2\sqrt{2}(\sqrt{2}-1) = 4 - 2\sqrt{2}$

(11) 平均値は

$$\frac{1}{6}(7+9+9+10+9+4) = 8$$

よって、分散 s^2 は

$$\begin{aligned}s^2 &= \frac{1}{6} \{ (7-8)^2 + (9-8)^2 + (9-8)^2 \\ &\quad + (10-8)^2 + (9-8)^2 + (4-8)^2 \} \\ &= 4\end{aligned}$$

であるから、標準偏差 s は

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{s^2} \\ &= \sqrt{4} \\ &= 2\end{aligned}$$

数学A (問題冊子p.25 ~ p.29)

1

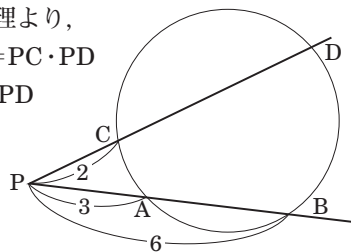
- (1) 横一列の並び方は、 $5! = 120$ (通り)
 円形のテーブルの座り方は、
 $(5-1)! = 4! = 24$ (通り)
- (2) 正六角形の6個の頂点から2点の選び方は、
 ${}_6C_2 = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15$ (通り)
 このうち、辺の6本は対角線ではないので、
 $15 - 6 = 9$ (本)
- (3) 2個の玉の取り出し方は、 ${}_7C_2 = \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = 21$ (通り)
 赤玉2個の取り出し方は、 ${}_4C_2 = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$ (通り)
 よって、求める確率は $\frac{6}{21} = \frac{2}{7}$

- (4) 2の倍数のカードは、 $100 \div 2 = 50$ (枚)
 3の倍数のカードは、
 $100 \div 3 = 33 \cdots 1$ よって33枚
 2の倍数かつ3の倍数は6の倍数
 6の倍数のカードは、
 $100 \div 6 = 16 \cdots 4$ よって16枚
 2の倍数または3の倍数であるカードは、
 $50 + 33 - 16 = 67$ (枚) よって、求める確率は $\frac{67}{100}$

- (5) 角の二等分線の定理より、
 $BD : DC = AB : AC = 3 : 5$

- (6) 方べきの定理より、

$$\begin{aligned} PA \cdot PB &= PC \cdot PD \\ 3 \cdot 6 &= 2 \cdot PD \\ PD &= 9 \end{aligned}$$



- (7) 接線と弦のつくる角の定理により、

$$\angle ADB = \angle BAT' = 45^\circ$$

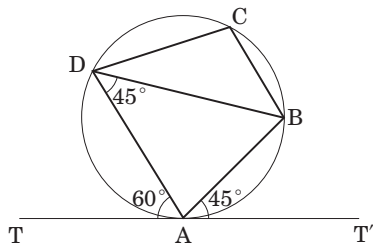
四角形ABCDは円に内接するので、

$$\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$$

$$\angle BCD = 180^\circ - \angle BAD$$

$$= 180^\circ - (180^\circ - 45^\circ - 60^\circ)$$

$$= 105^\circ$$



- (8) 120, 144をそれぞれ素因数分解すると
 $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$, $144 = 2^4 \cdot 3^2$
 よって、2つの整数120, 144の最小公倍数は
 $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720$
- (9) $8x + 7y = 0$ より
 $8x = -7y$
 8と7は互いに素であるから
 $x = -7k$, $y = 8k$ (k は整数) ②
 と表される。

(10) 右の計算より

$$54_{(10)} = 110110_{(2)}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)54} \\ 2 \overline{)27} \quad \cdots 0 \\ 2 \overline{)13} \quad \cdots 1 \\ 2 \overline{)6} \quad \cdots 1 \\ 2 \overline{)3} \quad \cdots 0 \\ 1 \quad \cdots 1 \end{array}$$

2

- (1) 百の位の数字は、4通り
 十の位の数字は、4通り
 一の位の数字は、3通り
 よって、求める個数は、 $4 \times 4 \times 3 = 48$ (個)
- (2) 隣り合う男子3人の並び方は、 $3! = 6$ (通り)
 男子3人の1組と女子4人の並び方は、
 $5! = 120$ (通り)
 よって、求める並び方は、
 $6 \times 120 = 720$ (通り)
- (3) 6個の玉から3個の玉を取り出す方法は、
 ${}_6C_3 = 20$ (通り)
 また、白玉2個、赤玉1個の選び方は
 ${}_4C_2 \times {}_2C_1 = 6 \times 2 = 12$ (通り)
 よって、求める確率は、 $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$
- (4) 7個の玉から3個を取り出す方法は、 ${}_7C_3$ 通り
 取り出した3個の玉が同じ色であるという事象
 は、
 A : 3個とも白玉 B : 3個とも赤玉
 という2つの事象 A , B の和事象 $A \cup B$ で表される。
- ここで、 $P(A) = \frac{{}_4C_3}{{}_7C_3} = \frac{4}{35}$, $P(B) = \frac{{}_3C_3}{{}_7C_3} = \frac{1}{35}$
 A と B は互いに排反であるから、求める確率は、
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$= \frac{4}{35} + \frac{1}{35}$$

$$= \frac{1}{7}$$

$$= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$(6) \quad 9^x > 3^{3x+1}$$

$$(3^2)^x > 3^{3x+1}$$

$$3^{2x} > 3^{3x+1}$$

底の3は1より大きいので、 $2x > 3x+1$
 $x < -1$

$$(7) \quad \text{真数条件より、} x > 2 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\log_2(x+1) + \log_2(x-2) = 2 \text{ より}$$

$$\log_2(x+1)(x-2) = \log_2 4$$

$$(x+1)(x-2) = 4 \text{ より}$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x-3)(x+2) = 0$$

$$x = 3, -2$$

①より $x = 3$

$$(8) \quad f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$$

$$f'(x) = 0 \text{ のとき } x = 1, 3$$

x	⋯	1	⋯	3	⋯
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	3	↘	-1	↗

増減表より、 $x = 3$ のとき極小となり、極小値は-1

$$(9) \quad \int_0^2 (x^2 + 2x - 3) dx = \left[\frac{x^3}{3} + x^2 - 3x \right]_0^2$$

$$= \frac{8}{3} + 4 - 6 = \frac{2}{3}$$

2

(1) 2次方程式 $2x^2 - 5x + 3 = 0$ の2つの解が α , β だから

$$\alpha + \beta = -\frac{-5}{2} = \frac{5}{2}, \quad \alpha\beta = \frac{3}{2}$$

よって

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$= \left(\frac{5}{2}\right)^3 - 3 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2}$$

$$= \frac{35}{8}$$

(2) $P(x) = x^3 - 5x^2 + 4x + 10$ とおくと
 $P(-1) = (-1)^3 - 5 \cdot (-1)^2 + 4 \cdot (-1) + 10 = 0$
 よって、 $P(x)$ は $x+1$ を因数にもつ。
 $P(x) = (x+1)(x^2 - 6x + 10)$
 $P(x) = 0$ とすると、

数学Ⅱ (問題冊子p.30 ~ p.36)

1

(1) 解と係数の関係より、

$$\alpha + \beta = -\frac{5}{6} \quad \alpha\beta = -\frac{1}{6}$$

(2) $a > 0$, $\frac{4}{a} > 0$ なので、(相加平均) \geq (相乗平均) の関係より、

$$a + \frac{4}{a} + 3 \geq 2\sqrt{a \cdot \frac{4}{a}} + 3 = 4 + 3 = 7$$

等号成立は、 $a = \frac{4}{a}$ のとき

すなわち $a > 0$ より、 $a = 2$ のとき

$$(3) \quad \text{求める距離は、} \frac{|1 + 2\sqrt{3} - 1|}{\sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$(4) \quad x^2 + y^2 + 10x - 16y + 40 = 0$$

$$(x+5)^2 + (y-8)^2 = 7^2$$

よって、中心(-5, 8) 半径7

$$(5) \quad \sin \frac{7}{12} \pi = \sin \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= \sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}}$$

$$x+1=0, x^2-6x+10=0$$

ゆえに、 $x = -1, 3 \pm i$

$$\begin{array}{r} x^2-6x+10 \\ x+1 \overline{) x^3-5x^2+4x+10} \\ \underline{x^3+x^2} \\ -6x^2+4x \\ \underline{-6x^2-6x} \\ 10x+10 \\ \underline{10x+10} \\ 0 \end{array}$$

(3) 直線 $x+my-4=0$ と円 $x^2+y^2=2$ が接するから、

$$\frac{|1 \cdot 0 + m \cdot 0 - 4|}{\sqrt{1^2 + m^2}} = \sqrt{2}$$

$$4 = \sqrt{2(1+m^2)}$$

両辺とも正だから、2乗して、

$$16 = 2(1+m^2)$$

$$m^2 = 7$$

よって、 $m = \pm\sqrt{7}$

(4) 条件を満たす点Pの座標を (x, y) とおくと、

$$PA^2 - PB^2 = 39 \text{ より、}$$

$$\{x^2 + (y-9)^2\} - \{(x-6)^2 + y^2\} = 39$$

これを整理すると、求める軌跡の方程式は、

$$\text{直線 } 2x - 3y + 1 = 0$$

(5) $2\cos 2\theta + 11\sin \theta + 1 = 0$ より、

$$2(1 - 2\sin^2 \theta) + 11\sin \theta + 1 = 0$$

$$4\sin^2 \theta - 11\sin \theta - 3 = 0$$

$$(4\sin \theta + 1)(\sin \theta - 3) = 0$$

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1 \text{ より } \sin \theta - 3 \neq 0$$

よって、 $4\sin \theta + 1 = 0$

$$\sin \theta = -\frac{1}{4}$$

(6) $3^{2x+1} + 5 \cdot 3^x - 2 = 0$ において、 $t = 3^x$ とおくと、

$$3t^2 + 5t - 2 = 0$$

$$(t+2)(3t-1) = 0$$

$t > 0$ であるから、 $t = \frac{1}{3}$

よって、 $3^x = \frac{1}{3} = 3^{-1}$

ゆえに、 $x = -1$

(7) $4\log_3 \sqrt{10} + \log_3 \frac{9}{4} - 2\log_3 5$

$$= \log_3 (\sqrt{10})^4 + \log_3 \frac{9}{4} - \log_3 5^2$$

$$= \log_3 \frac{100 \times \frac{9}{4}}{25}$$

$$= \log_3 3^2 = 2$$

別解

$$4\log_3 \sqrt{10} + \log_3 \frac{9}{4} - 2\log_3 5$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{2} (\log_3 2 + \log_3 5) + 2\log_3 3 - 2\log_3 2 - 2\log_3 5$$

$$= 2\log_3 3 = 2$$

(8) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ とおくと、

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x+1)(x-3)$$

$$f'(x) = 0 \text{ とすると、 } x = -1, 3$$

$f(x)$ の増減表は、次のようになる。

x	...	-1	...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	極大	↘	極小	↗

よって、 $x=3$ のとき、

$$\text{極小値 } f(3) = 3^3 - 3 \cdot 3^2 - 9 \cdot 3 + 5 = -22$$

(9) 放物線と直線の交点の x 座標は、

$$x^2 - 3x = -2x + 2$$

$$x^2 - x - 2 = 0 \text{ よって、 } x = 2, -1$$

$-1 \leq x \leq 2$ において、 $-2x + 2 \geq x^2 - 3x$ より、

求める面積は、

$$\int_{-1}^2 \{(-2x+2) - (x^2-3x)\} dx$$

$$= -\int_{-1}^2 (x^2 - x - 2) dx = -\left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x\right]_{-1}^2 = \frac{9}{2}$$

数学B (問題冊子p.37 ~ p.41)

1

- (1) 初項を a , 公差を d とする。

$$a + 2d = 10, \quad a + 6d = 26 \text{ より,}$$

$$a = 2, \quad d = 4$$

よって, 初項は2, 公差は4

- (2) $a_n = 7 \cdot 2^{n-1}$

$$(3) \sum_{k=1}^{10} k = \frac{10 \cdot 11}{2} = 55$$

$$\sum_{k=1}^{10} k^2 = \frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} = 385$$

- (4) $2\vec{a} - \vec{b} = (-2, 1)$

$$|2\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

$$\begin{aligned}
 (5) \quad |\vec{a}| &= \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} \\
 |\vec{b}| &= \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10} \\
 \vec{a} \cdot \vec{b} &= 4 \cdot 3 + 2 \cdot (-1) = 10 \\
 \cos \theta &= \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{10}{\sqrt{20} \cdot \sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\
 \text{よって, } \theta &= 45^\circ
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (6) \quad \overline{BE} &= \overline{AE} - \overline{AB} = \frac{2}{3}\overline{AD} - \overline{AB} \\
 &= \frac{2}{3}\left(\frac{\vec{b} + \vec{c}}{2}\right) - \vec{b} = -\frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}
 \end{aligned}$$

2

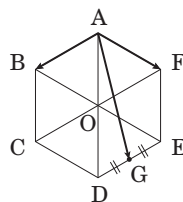
(1) 与えられた等差数列の第 n 項を a_n とすると,
 $a_n = 80 + (n-1)(-7) = -7n + 87$
 $a_n \geq 0$ を満たす最大の自然数 n は, $n = 12$ だから,
 S_n は, $n = 12$ のとき最大となり, 最大値は,
 $S_{12} = \frac{12}{2} \{2 \cdot 80 + (12-1)(-7)\} = 498$

(2) $n = 1$ のとき, $a_1 = S_1 = 1^3 + 1 = 2$
 また, $n \geq 2$ のとき,
 $a_n = S_n - S_{n-1}$
 $= n^3 + 1 - \{(n-1)^3 + 1\}$
 $= 3n^2 - 3n + 1$

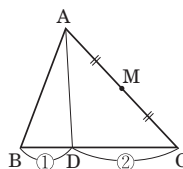
(3) $a_{n+1} - a_n = 6n$ は, 数列 $\{a_n\}$ の階差数列の一
 般項が $6n$ であることを示すので, $n \geq 2$ のとき,
 $a_n = 2 + \sum_{k=1}^{n-1} 6k = 2 + 6 \cdot \frac{1}{2}n(n-1)$
 よって, $a_n = 3n^2 - 3n + 2 \cdots \cdots \textcircled{1}$
 ここで, $\textcircled{1}$ において, $n = 1$ とすると,
 $a_1 = 3 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 + 2 = 2$
 また, 条件より, $a_1 = 2$
 したがって, $\textcircled{1}$ は $n = 1$ のときにも成り立つの
 で, すべての自然数 n について,
 $a_n = 3n^2 - 3n + 2$

(4) 正六角形ABCDEFの中心をOとする。
 $\overline{AD} = 2\overline{AO} = 2(\overline{AB} + \overline{AF})$
 $= 2\overline{AB} + 2\overline{AF}$
 $\overline{AE} = \overline{AB} + 2\overline{BO} = \overline{AB} + 2\overline{AF}$
 よって,
 $\overline{AG} = \frac{\overline{AD} + \overline{AE}}{2} = \frac{1}{2}\overline{AD} + \frac{1}{2}\overline{AE}$
 $= \frac{1}{2} \cdot 2(\overline{AB} + \overline{AF}) + \frac{1}{2}(\overline{AB} + 2\overline{AF})$

$$= \frac{3}{2}\overline{AB} + 2\overline{AF}$$



(5) 点Dは辺BCを1:2に内分するので,
 $\overline{AD} = \frac{2\overline{AB} + \overline{AC}}{1+2} = \frac{2}{3}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AC}$
 また, $\overline{DM} = \overline{AM} - \overline{AD}$
 $= \frac{1}{2}\overline{AC} - \left(\frac{2}{3}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AC}\right)$
 $= -\frac{2}{3}\overline{AB} + \frac{1}{6}\overline{AC}$



(6) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos 45^\circ = 3 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 3$
 また, $|\vec{a} - 2\vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4|\vec{b}|^2$
 $= 3^2 - 4 \cdot 3 + 4 \cdot (\sqrt{2})^2$
 $= 5$

$$|\vec{a} - 2\vec{b}| \geq 0 \text{ より, } |\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{5}$$

(7) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos 120^\circ = 1 \cdot 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$
 \vec{a} と $t\vec{a} + \vec{b}$ が垂直のとき,
 $\vec{a} \cdot (t\vec{a} + \vec{b}) = 0$
 $t|\vec{a}|^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
 $t \cdot 1^2 + (-1) = 0$
 よって, $t = 1$